

ASE3093 Automatic Control: Final Exam (3 problems, 90 minutes)

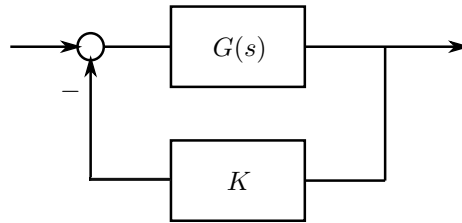
시험 시작 전, 다음의 '학생 명예선서(Honor Code)'를 답지 맨 위에 적고 서명하십시오.

“나는 정직하게 시험에 응할 것을 서약합니다.”

“By signing this pledge, I promise to adhere to exam requirements and maintain the highest level of ethical principles during the exam period.”

- 1) *Feedback stability (10 points)*. 다음과 같은 형태의 n 차 동역학적 시스템 $G(s)$ 와 피드백 게인 $K \in \mathbb{R}$ 로 이루어진 피드백 루프를 생각해보자. $G(s)$ 의 n 개의 폴은 모두 실수축 상에 있다고 가정한다. 즉, 모든 i 에 대해 $p_i \in \mathbb{R}$, $p_i > 0$ 이다.

$$G(s) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{s + p_i} = \frac{1}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_n)}$$

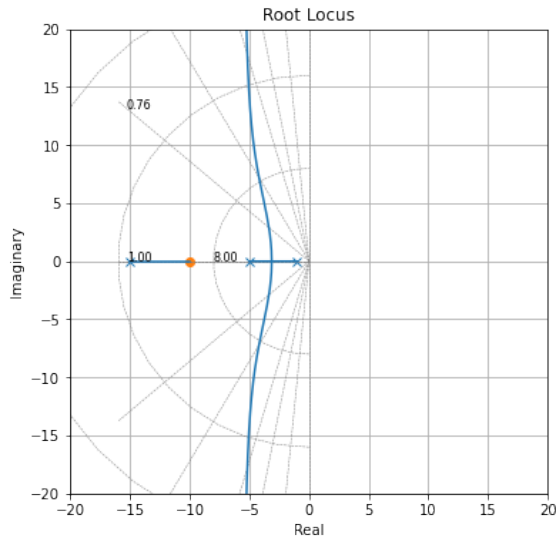


이 경우, 피드백 게인 K 의 절대값이 모든 p_i 의 곱보다 작다면, 즉, K 가 다음의 조건을 만족하면

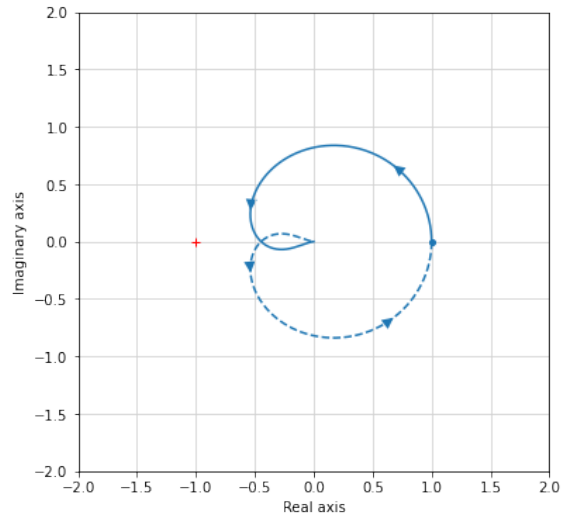
$$|K| < \prod_{i=1}^n p_i = p_1 p_2 \cdots p_n$$

폐루프 시스템도 안정함을 보여라. (10점)

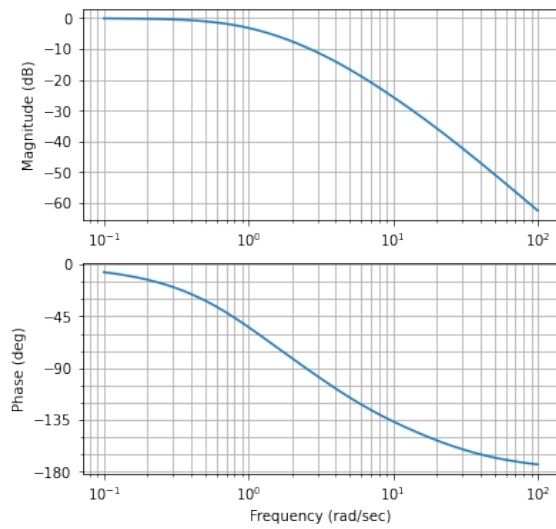
2) *Drawing class (10 points)*. 다음 세 그림은 어떤 전달함수의 $G(s)$ 의 Root locus, Nyquist diagram, Bode diagram을 그린 것이다. 잘못 그려진 것 하나를 고르고, 올바르게 고쳐 그려보시오. (10점)



(a)

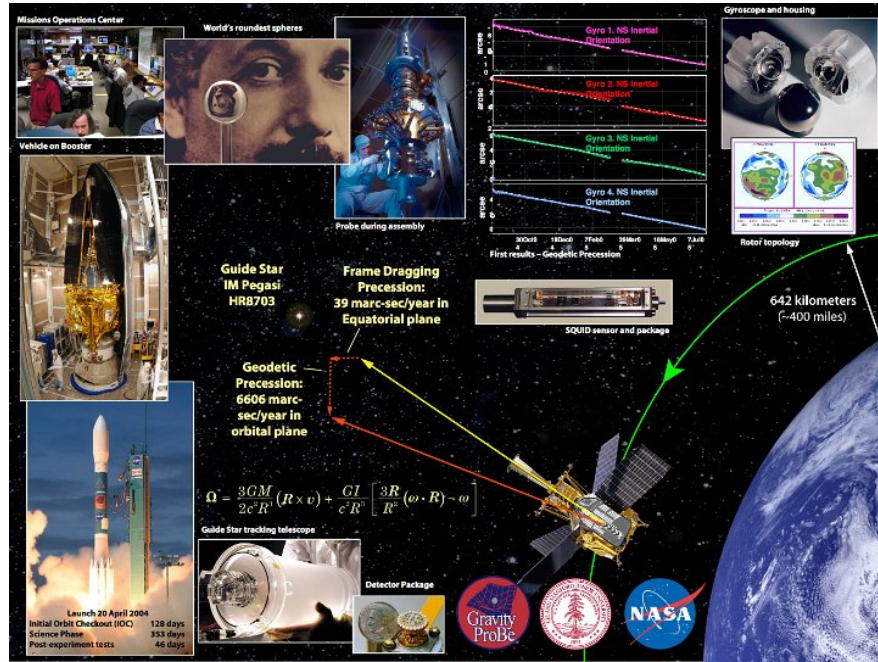


(b)



(c)

3) *Testing Einstein's universe (20 points)*. 아래 그림은 Einstein의 일반상대성이론에 의해 예측된 시공간 왜곡의 실험적 검증을 위해 NASA와 Stanford university에 의해 2004년 발사된 Gravity Probe B 인공위성을 설명하고 있다.



Gravity Probe B 미션을 위해서는 위의 그림에 나타나 있는 긴 망원경 축을 기준 항성 IM Pegasi에 일치시키며 3×10^{-13} deg/s 수준의 회전속도를 계측해야 할 정도로 정밀한 자세제어가 요구되었다.

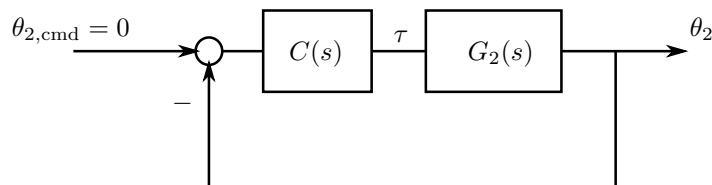
이 위성의 경우와 같이 위성체와 탑재체 (망원경) 사이의 이격거리가 작지 않은 경우, 연결부 구조물의 유연성에 의한 진동으로 인해 위성체의 자세와 탑재체의 자세가 서로 같지 않게 되는데, 이 차이는 일반적으로 매우 작지만 Gravity Probe B와 같이 더 높은 수준의 정밀도가 요구되는 때에는 중요한 차이로 작용할 수 있다.

위성체가 기준 항성을 바라보는 오차각도를 θ_1 , 망원경이 기준항성을 바라보는 각도를 θ_2 라 하고, 위성체의 자세제어를 위해 발생되는 토크를 τ 라 하면, 발생 토크와 오차각들의 관계는 다음과 같이 $\omega_b^2 = 110$ 의 진동 모드를 포함한 전달함수로 단순화하여 표현될 수 있으며,

$$G_1(s) = \frac{\theta_1(s)}{\tau(s)} = \frac{1}{10} \frac{s^2 + 100}{s^2(s^2 + 110)}$$

$$G_2(s) = \frac{\theta_2(s)}{\tau(s)} = \frac{10}{s^2(s^2 + 110)}$$

위성의 관측 미션은 계측된 θ_2 를 활용하여 적당한 제어력 τ 를 생성함으로써 $\theta_2 = 0$ 을 항상 유지하도록 하는 것으로 표현할 수 있다.



a) 다음과 같은 P (Proportional) 제어를 고려하자.

$$\tau = -K\theta_2$$

이 제어를 전달함수로 표현하면 다음과 같다.

$$C_p(s) = \frac{\tau(s)}{\theta_2(s)} = K$$

이 제어가 잘 동작할까? 이유를 설명하시오. (5점)

b) 다음과 같은 PD (Proportional-derivative) 형태의 제어를 고려하자.

$$\tau = -K(\dot{\theta}_2 + 3\theta_2)$$

이 제어를 전달함수로 표현하면 다음과 같다.

$$C_{pd}(s) = \frac{\tau(s)}{\theta_2(s)} = K(s + 3)$$

이 제어가 잘 동작할까? 이유를 설명하시오. (5점)

c) 위의 PD 제어기 구조를 기본적으로 유지하되, 이번에는 θ_2 계측치를 직접 사용하지 않고 다음과 같은 필터를 통하여 θ_3 를 연산한 후,

$$N(s) = \frac{\theta_3(s)}{\theta_2(s)} = \frac{s^2 + n^2}{(s + n)^2}$$

다음과 같이 필터링된 θ_3 에 PD 제어를 적용한다.

$$\tau = -K(\dot{\theta}_3 + 3\theta_3)$$

새로운 제어를 전달함수로 표현하면 다음과 같다.

$$C_{npd}(s) = C_{pd}(s)N(s) = \frac{\tau(s)}{\theta_2(s)} = K(s + 3) \frac{s^2 + n^2}{(s + n)^2}$$

위와 같은 필터 $N(s)$ 는 특정한 주파수 n 에 해당하는 진동 성분을 제거하기 때문에 “Notch filter”라고 불리는데, 통상적으로 구조물의 유연성에서 나타나는 진동모드에서 적당히 떨어진 근처에 n 을 위치시킴으로써 해당 진동을 감쇄시키는 역할을 한다. 이 문제의 경우는 $\omega_b = \sqrt{110}$ 에 진동 모드가 존재하므로, $n = 10$ 과 (n 이 ω_b 보다 약간 작은 경우) $n = 11$ (n 이 ω_b 보다 약간 큰 경우) 둘 중 하나로 n 을 정하고자 한다.

이와 같은 제어가 (Notch filter + PD제어기) 잘 동작할까? $n = 10$ 과 $n = 11$ 두 경우 모두에 대해 설명하시오. (10점)

tmi: Gravity Probe B 위성은 1년 반 동안의 실험을 통해 일반상대성이론에 의해 예측된 시공간 왜곡의 두 가지 효과인 geodetic effect와 frame-dragging을 각각 0.5%, 15% 이내의 오차로 계측하는 데 성공하였으며, 2010년 임무 종료 후 고도 642km 상공의 지구궤도 어딘가를 떠돌고 있다...